

Design of a safety isolating transformer - Tuan Vu TRAN - 25/09/2006

Spécification and proprieties of materials

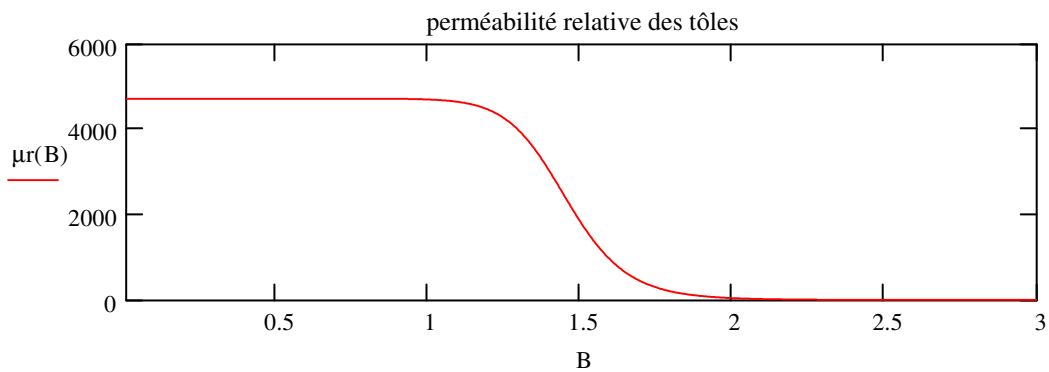
$$V_2 := 24V \quad V_1 := 230V \quad f := 50\text{Hz} \quad f_{p2} := 0.8 \quad I_2 := 8A \quad \text{Text} := 40K$$

$$\mu_0 := 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot T \cdot \frac{m}{A} \quad m_{\text{cuivre}} := 8800 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad m_{\text{fer}} := 7800 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad q := 1 \text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$k_r := 0.5 \quad \rho_{\text{cuivre}} := 1.72 \cdot 10^{-8} \cdot \Omega \cdot \text{m} \quad \alpha_{\text{cuivre}} := 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$$

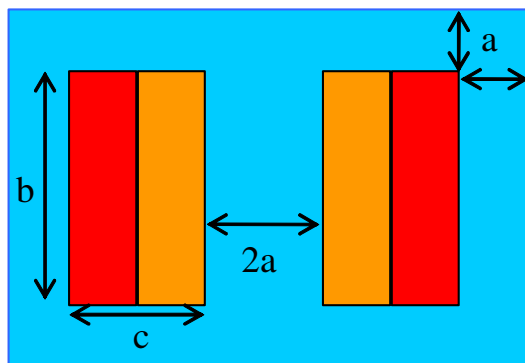
$$h := 10 \cdot \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \quad \lambda_{\text{isolant}} := 0.15 \cdot \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad e_{\text{isolant}} := 1\text{mm}$$

$$\mu_r(x) := \frac{1}{2.12 \cdot 10^{-4} + \frac{(1 - 2.12 \cdot 10^{-4}) \cdot x^{2.7358}}{x^{2.7358} + 1.18 \cdot 10^6}}$$

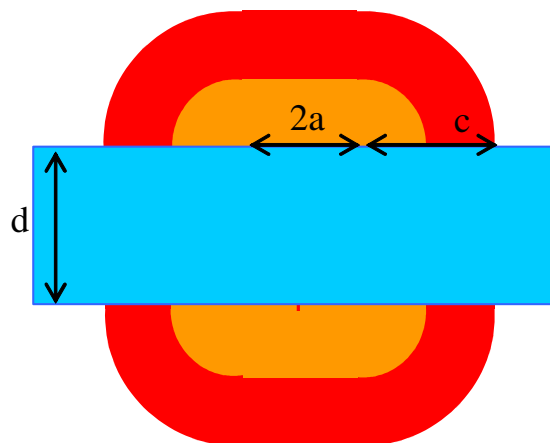


Geometric variables inputs:

$$a := 18\text{mm} \quad b := 54\text{mm} \quad c_t := 18\text{mm} \quad d := 33.5\text{mm} \quad n_1 := 722 \quad S_{1\text{fil}} := 0.3318\text{mm}^2 \quad S_{2\text{fil}} := 2.835\text{mm}^2$$



vue de face du transformateur monophasé



vue de haut du transformateur monophasé

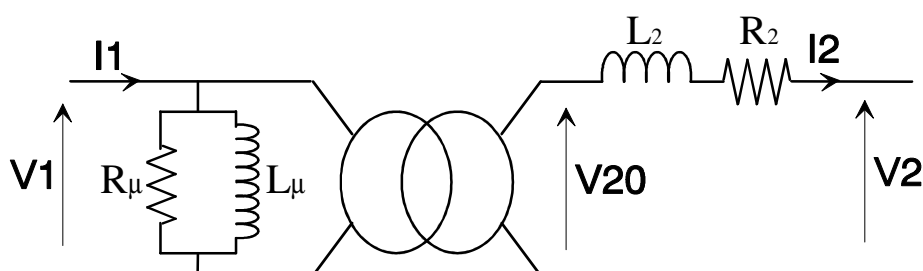


schéma équivalent du transformateur monophasé

Set equations for the analytical model:

1. Solve sequentially 11 equations

$$B_m := \frac{1}{4} \cdot V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{n_1 \cdot a \cdot d \cdot \pi \cdot f} \quad B_m = 1.189 \text{ T} \quad (1)$$

$$\text{con6} := \frac{ct \cdot b \cdot kr}{2 \cdot n_1 \cdot S_{1fil}} \quad \text{con6} = 1.014 \quad (3)$$

$$l_{1\text{spire}} := 2(d) + 2(2 \cdot a) + \pi \cdot \frac{ct}{2} \quad l_{1\text{spire}} = 16.727 \text{ cm} \quad (7)$$

$$M_{fer} := m_{vfer} \cdot 4 \cdot a \cdot d \cdot (2a + ct + b) \quad M_{fer} = 2.032 \text{ kg} \quad (13)$$

$$V_{fer} := \frac{M_{fer}}{m_{vfer}} \quad V_{fer} = 2.605 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$P_{fer} := q \cdot M_{fer} \cdot \left(\frac{f}{50\text{Hz}} \right) \left(\frac{B_m}{1\text{T}} \right)^2 \quad P_{fer} = 2.873 \text{ W} \quad (14)$$

$$P_{fer_Vol} := \frac{P_{fer}}{V_{fer}} \quad P_{fer_Vol} = 1.103 \times 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

$$R_{cond} := \frac{1}{\lambda_{isolant}} \cdot \frac{e_{isolant}}{(4a + 2d)b} \quad R_{cond} = 0.888 \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad (18)$$

$$S_{ferair} := 4a \cdot (b + 4a + 2ct) + 2d \cdot (6a + 2ct + b) \quad S_{ferair} = 2.493 \times 10^4 \text{ mm}^2 \quad (19)$$

$$R_{ferair} := \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{S_{ferair}} \quad R_{ferair} = 4.011 \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad (20)$$

$$S_{cui\text{v}air} := b \cdot (4a + 2\pi ct) \quad S_{cui\text{v}air} = 9.995 \times 10^3 \text{ mm}^2 \quad (21)$$

$$R_{cui\text{v}air} := \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{S_{cui\text{v}air}} \quad R_{cui\text{v}air} = 10.005 \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad (22)$$

$$l_{2\text{spire}} := 2(d) + 2(2 \cdot a) + \pi \cdot \frac{3ct}{2} \quad l_{2\text{spire}} = 22.382 \text{ cm} \quad (8)$$

$$l_1 := \frac{1}{24} \cdot \mu_0 \cdot n_1^2 \cdot ct \cdot \frac{(3 \cdot \pi \cdot ct + 8 \cdot d + 16 \cdot a)}{b} \quad l_1 = 6.602 \text{ mH} \quad (4)$$

2. Solve the implicit system of 8 equations

Valeurs initiales: $r1 := 5\Omega$ $R2 := 1\Omega$ $X2 := 1\Omega$

$n2 := 1$ $\Delta V2 := 1V$ $Pj := 1W$

$Tcuiivre := -100K$ $r2 := 1\Omega$

Soit

$$r2 = \rho_{cuiivre} \cdot \frac{n2 \cdot l2_{spire}}{S2_{fil}} (1 + \alpha_{cuiivre} \cdot |Tcuiivre|) \quad (10)$$

$$X2 = \frac{1}{3} \cdot \mu_0 \cdot n2^2 \cdot ct \cdot \frac{4 \cdot a + \pi \cdot ct + 2 \cdot d}{b} \cdot 2\pi \cdot f \quad (17)$$

$$n2 = n1 \cdot \frac{V2 + \Delta V2}{V1} \quad (2)$$

$$\Delta V2 = (R2 \cdot fp2 + X2 \cdot \sin(\arccos(fp2))) \cdot I2 \quad (24)$$

$$Pj = R2 \cdot I2^2 \quad (12)$$

$$Tcuiivre = R_{cuiivreair} \cdot \frac{R_{ferair} \cdot Pj + R_{ferair} \cdot P_{fer} + Pj \cdot R_{cond}}{R_{cond} + R_{cuiivreair} + R_{ferair}} + T_{ext} \quad (23)$$

$$r1 = \rho_{cuiivre} \cdot \frac{n1 \cdot l1_{spire}}{S1_{fil}} (1 + \alpha_{cuiivre} \cdot |Tcuiivre|) \quad (9)$$

$$R2 = r2 + \left(\frac{n2}{n1}\right)^2 \cdot r1 \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} r2 \\ X2 \\ n2 \\ \Delta V2 \\ Pj \\ Tcuiivre \\ r1 \\ R2 \end{pmatrix} := \text{Trouver}(r2, X2, n2, \Delta V2, Pj, Tcuiivre, r1, R2)$$

$$r1 = 8.726\Omega \quad R2 = 0.266\Omega \quad X2 = 0.057\Omega \quad n2 = 81.535$$

$$Pj = 16.999W \quad Tcuiivre = 103.643K \quad r2 = 0.154\Omega \quad \Delta V2 = 1.974V$$

Additional calculations

$$l2 := \frac{1}{24} \cdot \mu_0 \cdot n2^2 \cdot ct \cdot \frac{(5 \cdot \pi \cdot ct + 8 \cdot d + 16 \cdot a)}{b} \quad l2 = 0.097 \text{ mH}$$

$$\text{con7} := \frac{ct \cdot b \cdot kr}{2 \cdot n2 \cdot S2\text{fil}} \quad \text{con7} = 1.051$$

3. Continue to solve sequentially 10 equations

$$J2 := \frac{I2}{S2\text{fil}} \quad J2 = 2.822 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \quad (5)$$

$$V_{bb} := b \cdot (4a \cdot ct + 2d \cdot ct + \pi \cdot ct^2) \quad V_{bb} = 1.901 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$L\mu := \mu_0 \cdot \mu_r \left(\frac{B_m}{1T} \right) \cdot n1^2 \cdot \frac{a \cdot d}{2a + b + ct} \quad L\mu = 16.413 \text{ H} \quad (6)$$

$$M_{\text{cuivre}} := m_{\text{cuivre}} \cdot (n1 \cdot l1\text{spire} \cdot S1\text{fil} + n2 \cdot l2\text{spire} \cdot S2\text{fil}) \quad M_{\text{cuivre}} = 0.808 \text{ kg} \quad (15)$$

$$V_{\text{cu}} := n1 \cdot l1\text{spire} \cdot S1\text{fil} + n2 \cdot l2\text{spire} \cdot S2\text{fil} \quad V_{\text{cu}} = 9.181 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$P_{j_Vol2} := \frac{P_j}{V_{\text{cu}}} \quad P_{j_Vol2} = 1.852 \times 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

$$\text{ratio} := \frac{2 \cdot d}{\left[\frac{(l1\text{spire} + l2\text{spire})}{2} \right]} \quad \text{ratio} = 0.343$$

$$P_{j_Vol} := \frac{P_j}{V_{\text{cu}}} \cdot \frac{2 \cdot d}{\left[\frac{(l1\text{spire} + l2\text{spire})}{2} \right]} \quad P_{j_Vol} = 6.344 \times 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

$$M_{\text{total}} := M_{\text{fer}} + M_{\text{cuivre}} \quad M_{\text{total}} = 2.84 \text{ kg} \quad (16)$$

$$T_{\text{fer}} := R_{\text{ferair}} \cdot \frac{R_{\text{cuivreair}} \cdot P_j + R_{\text{cuivreair}} \cdot P_{\text{fer}} + P_{\text{fer}} \cdot R_{\text{cond}}}{R_{\text{cond}} + R_{\text{cuivreair}} + R_{\text{ferair}}} + T_{\text{ext}} \quad T_{\text{fer}} = 94.195 \text{ K}$$

$$\eta := \frac{V2 \cdot I2 \cdot fp2}{V2 \cdot I2 \cdot fp2 + P_{\text{fer}} + P_j} \quad \eta = 0.885 \quad (25)$$

$$L2 := \frac{1}{3} \cdot \mu_0 \cdot n2^2 \cdot ct \cdot \frac{2 \cdot d + \pi \cdot ct + 4 \cdot a}{b} \quad L2 := \frac{X2}{2\pi f} \quad L2 = 0.182 \text{ mH}$$

$$P1 := P_{\text{fer}} + P_j + V2 \cdot I2 \cdot fp2 \quad P1 = 173.472 \text{ W} \quad (26)$$

$$Q1 := \frac{V1^2}{L\mu \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} + X2 \cdot I2^2 + V2 \cdot I2 \cdot \sin(\arccos(fp2)) \quad Q1 = 129.109 \text{ W} \quad (27)$$

$$I1 := \frac{\sqrt{P1^2 + Q1^2}}{V1}$$

$$I1 = 0.94 \text{ A} \quad (28)$$

$$J1 := \frac{I1}{S1_{fil}}$$

$$J1 = 2.834 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

$$fp1 := \frac{P1}{\sqrt{P1^2 + Q1^2}}$$

$$fp1 = 0.802 \quad (29)$$

$$IR_{\mu} := \frac{P_{fer}}{V1}$$

$$IR_{\mu} = 12.491 \text{ mA}$$

$$IX_{\mu} := \frac{V1}{L_{\mu} \cdot 2\pi \cdot f}$$

$$IX_{\mu} = 44.605 \text{ mA}$$

$$I10 := \sqrt{IR_{\mu}^2 + IX_{\mu}^2} \quad I10 = 46.321 \text{ mA}$$

$$\frac{I10}{I1} = 4.927\% \quad (30)$$

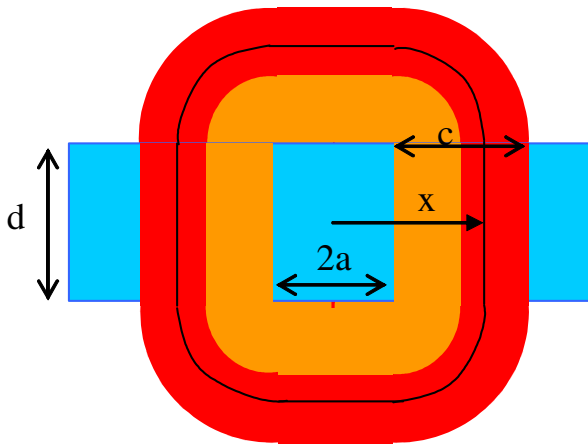
$$I1_{veri} := I10 + \frac{n2}{n1} \cdot I2$$

$$I1_{veri} = 0.95 \text{ A}$$

$$l2 + \left(\frac{n2}{n1}\right)^2 \cdot l1 = 0.182 \text{ mH}$$

Annexe - Expression de l'inductance de fuite

$$n1 := n1 \quad n2 := n2 \quad I1 := I1 \quad I2 := I2 \quad a := a \quad c := c \quad b := b \quad d := d \quad \mu_0 := \mu_0$$



Vue de haut du transformateur monophasé, en coupe

Les hypothèses sont :

- le trajet du flux est vertical
- seuls les AT consommés dans les bobines sont considérés

Le trajet délimité par x est utilisé pour :

- le théorème d'Ampère qui fournit le champ de fuite
- le calcul du flux totalisé

$$H1(x) := 2n1 \cdot I1 \cdot \frac{x-a}{c \cdot b} \quad \text{champ de fuite dans la bobine 1, créé par la bobine 1, } a < x < a+c/2$$

$$H2(x) := 2n2 \cdot I2 \cdot \frac{c+a-x}{c \cdot b} \quad \text{champ de fuite dans la bobine 2, créé par les bobines 1 et 2, } a+c/2 < x < a+c$$

$$N1(x) := n1 \cdot \frac{x-a}{\frac{c}{2}} \quad \text{nombre de spires à l'intérieur du trajet délimité par x, } a < x < a+c/2$$

$$N2(x) := n2 \cdot \frac{c+a-x}{\frac{c}{2}} \quad \text{nombre de spires à l'intérieur du trajet délimité par x, } a+c/2 < x < a+c$$

$$P(x) := 2\pi(x-a) + 2 \cdot (2a+d) \quad \text{périphérie du trajet délimité par x}$$

$$F1 := \mu_0 \cdot \int_a^{a+\frac{c}{2}} N1(x) \cdot H1(x) \cdot P(x) dx \quad \text{flux de fuite totalisé de la bobine 1}$$

$$F2 := \mu_0 \cdot \int_{a+\frac{c}{2}}^{a+c} N2(x) \cdot H2(x) \cdot P(x) dx \quad \text{flux de fuite totalisé de la bobine 2}$$

$$\frac{F2}{I2} \text{ simplifier } \rightarrow \frac{1}{24} \cdot \mu_0 \cdot n2^2 \cdot c \cdot \frac{(16 \cdot a + 5 \cdot \pi \cdot c + 8 \cdot d)}{b}$$

$$\frac{F1}{I1} \text{ simplifier } \rightarrow \frac{1}{24} \cdot \mu_0 \cdot n1^2 \cdot c \cdot \frac{(3 \cdot \pi \cdot c + 16 \cdot a + 8 \cdot d)}{b}$$

$$L2 := \frac{F2}{I2} + \left(\frac{n2}{n1} \right)^2 \cdot \frac{F1}{I1} \quad \text{inductance de fuite totale ramenée au secondaire}$$

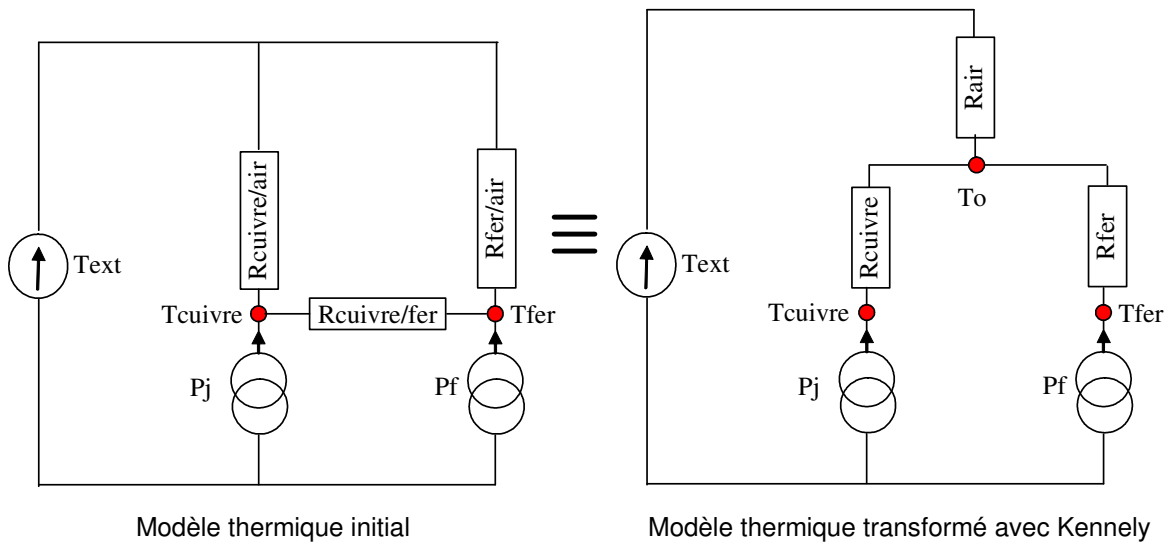
$$L2 \text{ simplifier } \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \mu_0 \cdot n2^2 \cdot c \cdot \frac{(4 \cdot a + \pi \cdot c + 2 \cdot d)}{b} \quad \text{simplification par calcul symbolique}$$

Annexe - Modèle thermique

$P_j := P_j$ $P_{fer} := P_{fer}$ $R_{cuivreair} := R_{cuivreair}$ $R_{ferair} := R_{ferair}$ $Text := Text$ **$R_{fercuivre} := R_{fercuivre}$**

Hypothèses associées :

- l'isolant entre le noyau central et les bobines est en parfait contact avec le cuivre et le noyau central
- le contact entre le secondaire et le circuit magnétique est nul et la couche d'air prisonnière entre les deux est supposée parfaitement isolante
- le contact entre les enroulements et le circuit magnétique (autre que noyau central) est nul ou de mauvaise conduction
- toutes les surfaces verticales ont le même coefficient de convection



$$R_{cuivre} := \frac{R_{cuivreair} \cdot R_{fercuivre}}{R_{fercuivre} + R_{cuivreair} + R_{ferair}}$$

$$R_{fer} := \frac{R_{ferair} \cdot R_{fercuivre}}{R_{fercuivre} + R_{cuivreair} + R_{ferair}}$$

$$R_{air} := \frac{R_{cuivreair} \cdot R_{ferair}}{R_{fercuivre} + R_{cuivreair} + R_{ferair}}$$

$$T_o := Text + (P_j + P_{fer}) \cdot R_{air}$$

$$T_{cuivre} := T_o + P_j \cdot R_{cuivre}$$

$$T_{fer} := T_o + P_{fer} \cdot R_{fer}$$

$$T_{cuivre} - Text \text{ simplifier } \rightarrow R_{cuivreair} \cdot \frac{(R_{ferair} \cdot P_j + R_{ferair} \cdot P_{fer} + P_j \cdot R_{fercuivre})}{(R_{fercuivre} + R_{cuivreair} + R_{ferair})}$$

$$T_{fer} - Text \text{ simplifier } \rightarrow R_{ferair} \cdot \frac{(R_{cuivreair} \cdot P_j + R_{cuivreair} \cdot P_{fer} + P_{fer} \cdot R_{fercuivre})}{(R_{fercuivre} + R_{cuivreair} + R_{ferair})}$$