4.1 Introduction

Dans ce chapitre, les méthodes d'optimisation présentées au chapitre 3 sont testées sur le problème de la conception optimale d'un transformateur de sécurité qui a été présenté au chapitre 2.

Différentes façons de prendre en compte des phénomènes électriques, magnétiques et thermiques au sein du transformateur aboutissent à 4 modèles thermo-magnéto-électriques. Deux modèles analytiques avec et sans l'hypothèse de Kapp et deux modèles EF 2D et 3D sont détaillés. Ces 4 modèles sont comparés et un modèle simple et un modèle précis sont choisis pour l'optimisation. Ces deux modèles sont ensuite validés par comparaison avec les mesures expérimentales. Un modèle disciplinaire concernant l'impact environnemental est également introduit.

Plusieurs problèmes d'optimisation sont proposés pour traiter le problème de conception optimale du transformateur. Un premier problème d'optimisation discrète est résolu par la méthode Branch-and-Bound. Ses résultats sont comparés avec les autres méthodes : Énumération Exhaustive, Algorithme Génétique et le logiciel Pro@Design.

Ensuite, plusieurs problèmes de conception sont formulés en termes d'optimisation multi-objectif et les méthodes proposées précédemment sont testées.

Enfin, les problèmes de conception sont posés en termes d'optimisation multi-niveaux avec des applications particulières aux cas continu, discret et multi-objectif.

4.2 Modélisation d'un Transformateur de Sécurité

Le choix et la description du transformateur de sécurité ont été détaillés chapitre 2, paragraphe 2.3.2. Le transformateur de sécurité est un transformateur monophasé abaisseur 50 Hz. Il est réversible. La figure 4.1 montre sa géométrie.

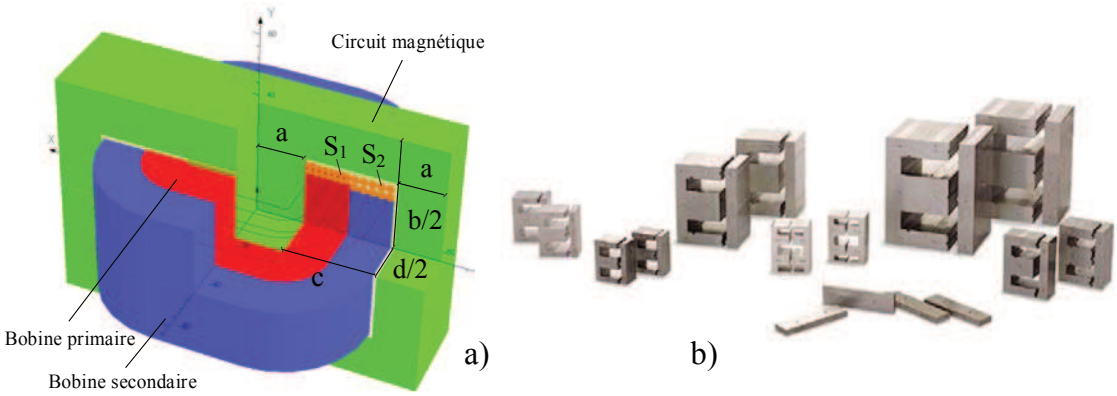

Fig. 4.1 – (a) Géométrie du transformateur par la simulation en 3D avec une coupe du huitième. (b) Circuit magnétique standard de tôle E-I.

Le transformateur se compose de deux enroulements primaire et secondaire bobinés sur le noyau central d'un circuit magnétique E-I. Ce dernier est feuilleté et constitué de tôles minces à cristaux non-orientées empilées les unes aux autres. Les pertes spécifiques des tôles de ce transformateur modélisé sont 1 (W/kg) pour 1 Tesla.

Les phénomènes thermiques, magnétiques, électriques du transformateur de sécurité sont modélisés par deux modèles analytiques avec et sans l'hypothèse de Kapp et deux modèles éléments finis EF 2D et 3D [TRA-07a].

4.2.1 Modèle thermo-magnéto-électrique analytique avec l'hypothèse de Kapp

4.2.1.1 Modèle thermique nodal

Les hypothèses associées sont :

- les échanges thermiques entre le noyau central et les bobines sont de type uniquement conductif ;
- il n'y a pas d'échange thermique entre la bobine secondaire et le circuit magnétique ;
- à l'exception du noyau central, il n'y a pas d'échange thermique entre la bobine primaire et le circuit magnétique ;
- le contact entre les deux bobines est parfait ;
- toutes les surfaces ont le même coefficient de convection ;
- les températures dans les parties cuivre et fer sont uniformes.

Le modèle thermique initial qui en dérive est donné en figure 4.2 gauche. La transformation de Kennely aboutit alors au modèle en figure 4.2 droite.

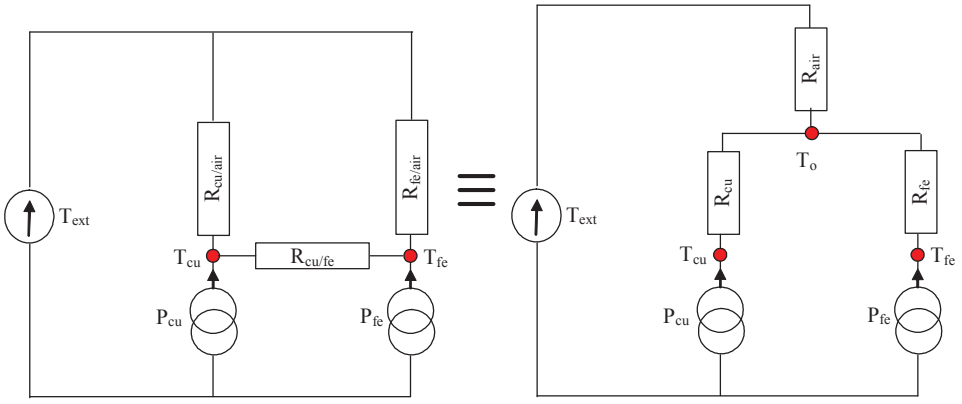

FIG. 4.2 – Schéma équivalent du modèle thermique nodal

À partir du modèle transformé, on peut en déduire la température cuivre des bobines et la température fer du circuit magnétique :

$$T_{cu} = T_{ext} + \frac{R_{fe/air}.P_{cu} + R_{fe/air}.P_{fe} + R_{cu/fe}.P_{cu}}{R_{fe/air} + R_{cu/air} + R_{cu/fe}}.R_{cu/air} \tag{4.1}$$

$$T_{fe} = T_{ext} + \frac{R_{cu/air}.P_{cu} + R_{cu/air}.P_{fe} + R_{cu/fe}.P_{fe}}{R_{fe/air} + R_{cu/air} + R_{cu/fe}}.R_{fe/air} \tag{4.2}$$

où T_{cu}, T_{fe}, T_{ext} - températures cuivre, fer et extérieure

$R_{cu/air}, R_{fe/air}, R_{cu/fe}$ - résistances thermiques entre le cuivre et l'air, entre le fer et l'air, entre le cuivre et le fer

P_{cu}, P_{fe} - pertes Joule et pertes fer

4.2.1.2 Modèle magnéto-électrique avec l'hypothèse de Kapp

Le premier modèle analytique est construit avec l'hypothèse de Kapp [SEG-94]. Les hypothèses associées à ce modèle sont la distribution uniforme de l'induction dans le circuit magnétique, et l'absence de chute de tension due au courant magnétisant (hypothèse de Kapp). Le schéma équivalent est donné dans la figure 4.3.

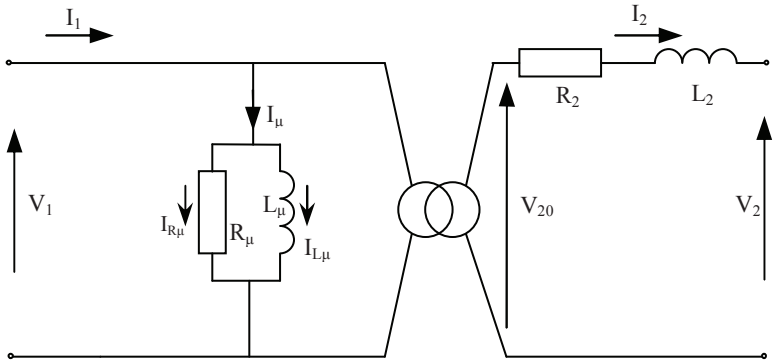

FIG. 4.3 – Schéma équivalent du modèle avec l'hypothèse de Kapp

L'induction maximale B_m est calculée :

$$B_m = \frac{1}{4.\pi}.V_1 \frac{\sqrt{2}}{n_1.a.d.f} \tag{4.3}$$

où I_1, I_2, I_μ - courants primaire, secondaire et magnétisant

V_1, V_2, V_{20} - tensions primaire, secondaire et à vide

R_μ, R_2 - résistances magnétisante et totale ramenée au secondaire

L_μ, L_2 - inductances magnétisante et totale ramenée au secondaire

n_1 - nombre de spires primaires

a, d - paramètres géométriques du circuit magnétique

f - fréquence de fonctionnement

4.2.1.3 Ordonnancement du système d'équations

Les phénomènes physiques dans le transformateur sont électriques, magnétiques et thermiques. Ils sont exprimés par un système d'équations qui est ordonné en utilisant un algorithme spécifique [DUF-78a], [DUF-78b]. L'ordonnancement des équations facilite leur

résolution en mettant en évidence un ensemble d'équation qu'il est possible de résoudre séquentiellement et un système implicite minimal qui nécessite un traitement particulier. La matrice d'incidence de ce système d'équation est donnée en figure 4.4. Chaque ligne est associée à une équation et chaque colonne à un paramètre. Le coefficient a_{ij} de la matrice est 1 si le paramètre x_j apparaît dans l'équation $g_i(x_1, ..., x_n)$ et 0 autrement. Les colonnes surlignées représentent les variables de conception. Le modèle mène à un système implicite de 8 équations (figure 4.6 droite) et les autres 42 équations sont résolues séquentiellement. Ce système implicite non-linéaire est résolu en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt disponible dans l'Optimization Toolbox de Matlab® [OPT-99]. Les résultats ne dépendent pas des valeurs initiales.

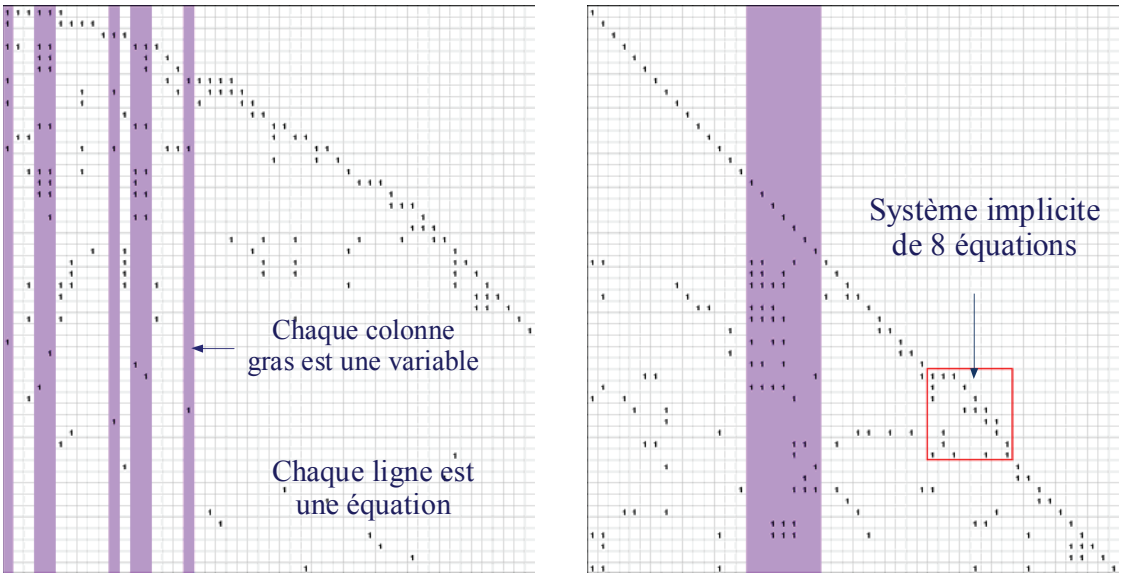

FIG. 4.4 – Système d'équations avant et après l'ordonnancement

Une description complète de ce modèle entièrement analytique est disponible dans [TRA-07b] (fichiers pdf, Matlab, Mathcad, et Pro@Design [PRO-05]).

4.2.2 Modèle thermo-magnéto-électrique analytique sans l'hypothèse de Kapp

Un second modèle thermo-magnéto-électrique analytique est obtenu en tenant en compte de la chute de tension due au passage du courant magnétisant dans la résistance primaire. Le modèle magnéto-électrique est donné en figure 4.5. La conservation des Ampère-tours s'écrit :

$$n_1.\overline{I}_\mu = n_1.\overline{I}_1 - n_2.\overline{I}_2 \tag{4.4}$$

où n_1, n_2 - nombre de spires primaires et secondaires

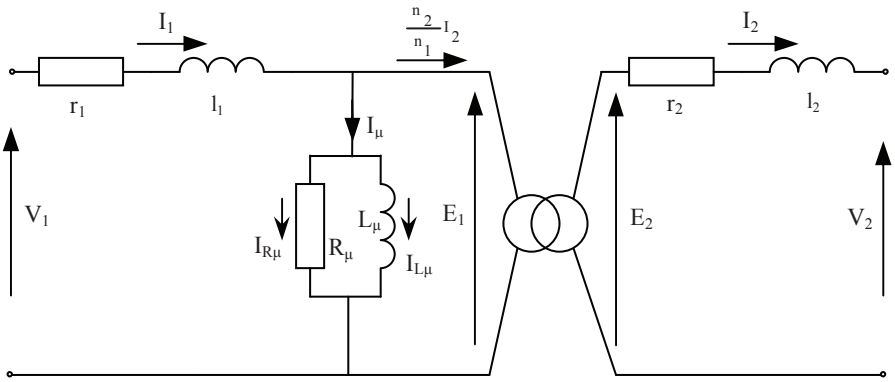

FIG. 4.5 – Schéma équivalent du modèle sans l'hypothèse de Kapp

où E_1, E_2 - forces électromotrices du primaire et secondaire
r_1, r_2 - résistances primaire et secondaire
l_1, l_2 - inductances de fuite primaire et secondaire

L'induction maximale est maintenant :

$$B_m = \frac{1}{4.\pi}.E_1\frac{\sqrt{2}}{n_1.a.d.f} \tag{4.5}$$

En utilisant la même technique d'ordonnancement du système d'équations, ce modèle mène à un système implicite de 21 équations (ou bien 16 équations en complexe). Cependant, la résolution numérique de ce système nécessite une initialisation délicate sous peine de divergence. Cette difficulté est levée en utilisant la résolution du modèle précédent comme valeur initiale. La figure 4.6 représente cette procédure de résolution.

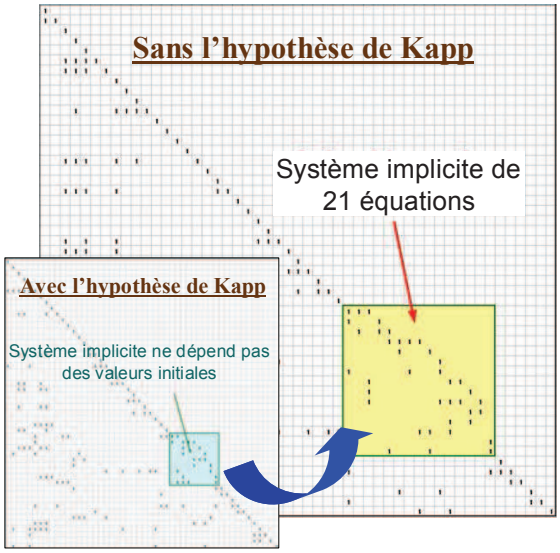

FIG. 4.6 – Système d'équations après l'ordonnancement

4.2.3 Modèle EF magnétodynamique complexe 2D avec couplage faible à un modèle EF thermique statique 2D

Après avoir construit deux modèles "simple" analytiques, deux modèles "fins" éléments finis (EF 2D et EF 3D) sont ensuite construits en utilisant le logiciel Opera® [OPE-04]. Ils prennent en compte des phénomènes magnétiques et thermiques dans ce dispositif et de plus permettent de valider les modèles analytiques et de les comparer.

Les circuits électriques extérieurs comprennent une source de tension, des résistances et une force électromotrice tenant compte du nombre de spires. Le primaire et le secondaire possèdent chacun un circuit extérieur. Deux simulations en charge et à vide sont faites pour déterminer toutes les caractéristiques de ce transformateur.

Dans la simulation magnétique EF, le solveur magnétique AC sinusoïdal est pris. Les pertes fer sont calculées par la formule de Steinmetz :

$$P_{fe} = q.m_v.\int_{\Omega} B^2.d\Omega \tag{4.6}$$

où q - pertes spécifiques de la tôle
m_v - masse volumique du circuit magnétique
B^2 - carré du module de l'induction moyenne dans un élément
Ω - domaine du fer

Les inductances de fuites sont calculées par la méthode énergétique :

$$l_{bb}^{f} = 2.\frac{W_{bb}}{I_{bb}^2} \tag{4.7}$$

où l_{bb}^{f} - inductance de fuite de la bobine primaire ou secondaire
W_{bb} - énergie emmagasinée dans le domaine de la bobine primaire ou secondaire
I_{bb} - courant primaire ou secondaire

Dans la modélisation EF thermique, toutes les hypothèses associées aux modèles analytiques sont retenues à l'exception de l'uniformité de la température. Les sources de chaleurs sont les pertes fer et Joule calculées par le modèle EF magnétique et réparties uniformément dans les matériaux afin de faciliter la modélisation.

Le transformateur est symétrique. Il suffit de simuler le quart du transformateur en EF 2D. La figure 4.7 présente les phénomènes magnétiques et thermiques dans ce transformateur de sécurité. L'induction est faible aux extrémités ce qui permet en réalité d'y placer le système de serrage des tôles sans dégrader les performances du transformateur. Contrairement à l'hypothèse utilisée dans le modèle analytique, la distribution thermique en EF 2D est non-uniforme. Il y a des gradients thermiques faible dans le circuit magnétique et fort dans les bobines.

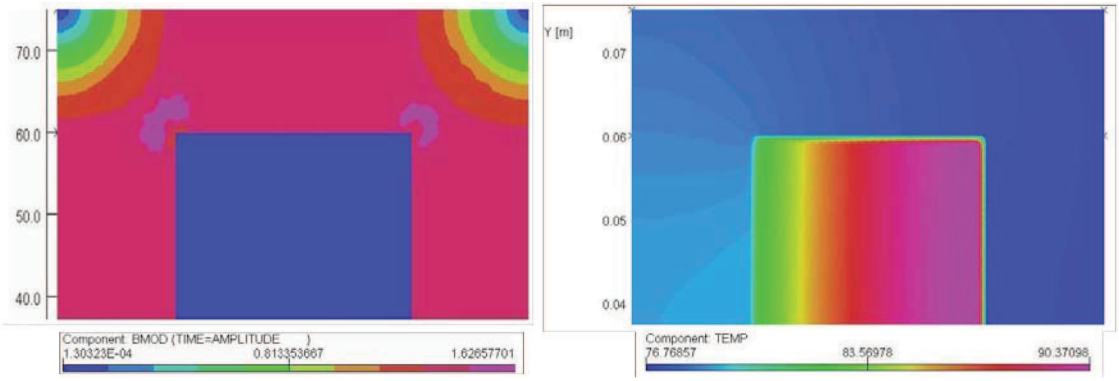

FIG. 4.7 – Simulations EF 2D magnétique (gauche) et thermique (droite) sur le quart du transformateur

4.2.4 Modèle EF magnétodynamique complexe 3D avec couplage faible à un modèle EF thermique statique 3D

Comme le dispositif est symétrique, le modèle EF 3D comprend le $8^{ième}$ du transformateur (figures 4.8 et 4.9).

La figure 4.8 montre les maillages dans le circuit magnétique, l'isolation, l'entrefer, le support et les directions opposées du courant dans les bobinages primaire et secondaire. Il y a 43 000 noeuds et 290 000 éléments dans le maillage.

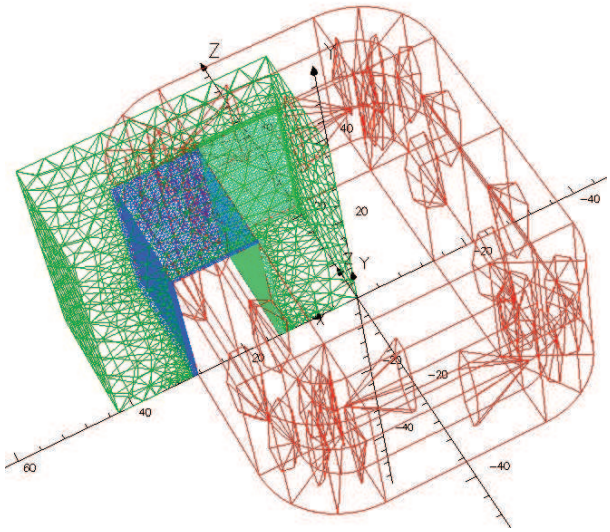

FIG. 4.8 – Maillage du $8^{ième}$ transformateur

Pour la modélisation magnéto-électrique, toutes les quantités magnétiques et électriques sont supposées sinusoïdales. Deux simulations en charge et à vide sont aussi faites pour déterminer toutes les caractéristiques. Les pertes fer sont calculées par la formule de Steinmetz (4.6). Les inductances de fuites sont calculées par la méthode énergétique. L'induction dans le circuit magnétique peut être observée sur le $8^{ième}$ du transformateur dans la figure

4.9 gauche. Le flux créé par les bobines est principalement dans le fer mais il existe un flux de fuite dans l'air et les bobines. Ce champ de fuite est maximum entre les deux bobines.

Les températures observées (figure 4.9 droite) dans le circuit magnétique ne sont pas uniformes, et il apparaît que le cuivre sous le fer est le plus chaud, ce qui est conforme à la physique.

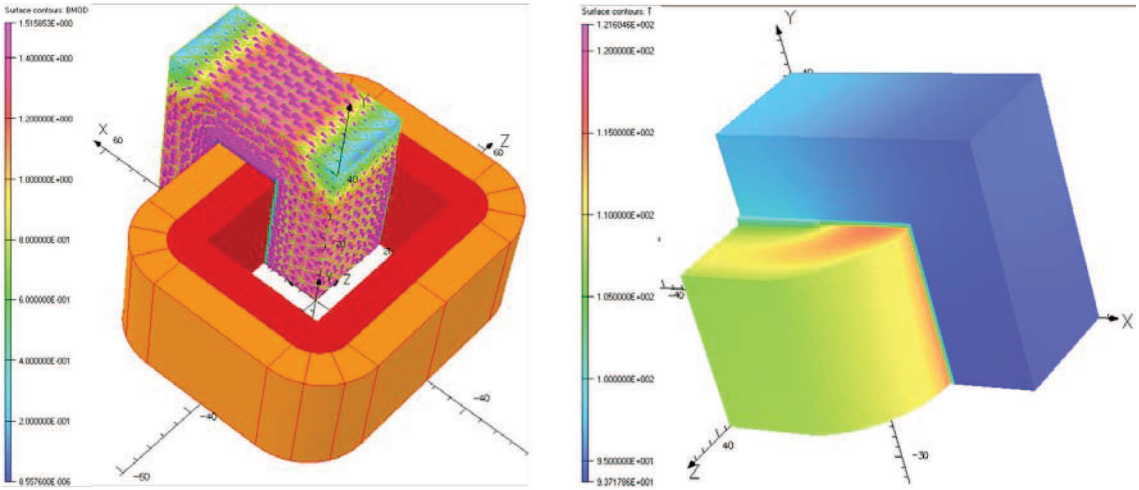

FIG. 4.9 – Simulations EF 3D magnétique (gauche) et thermique (droite) sur le $8^{ième}$ du transformateur

4.2.4.1 Couplage faible magnéto-thermique

Un couplage faible magnéto-thermique est aussi considéré (figure 4.10).

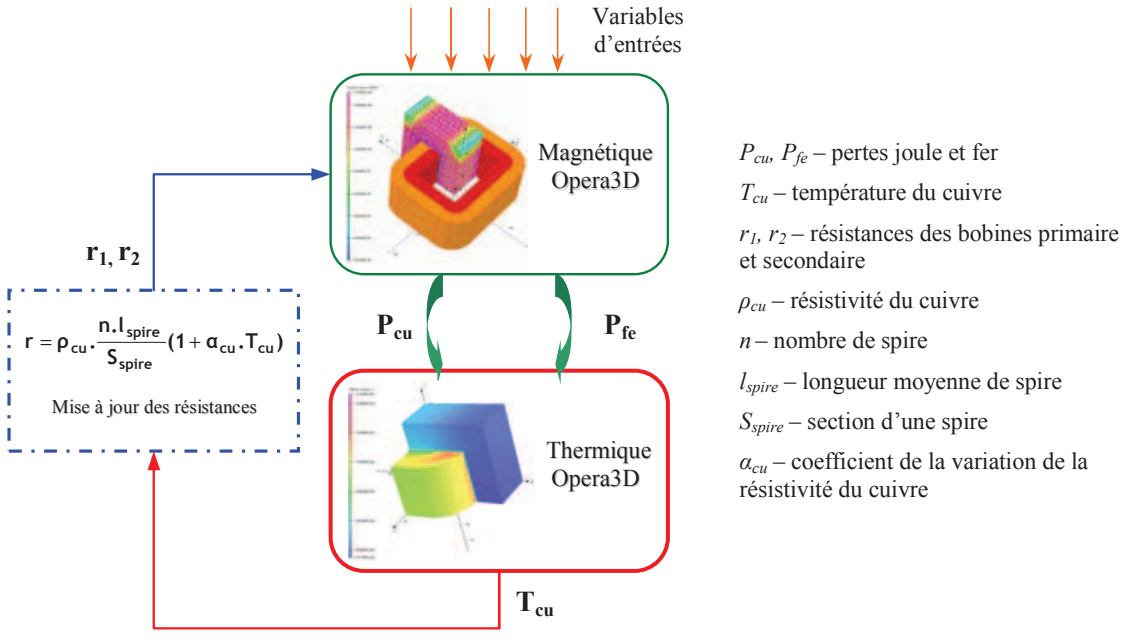

FIG. 4.10 – Couplage "faible" magnéto-thermique en EF 3D

Les solveurs Opera magnétique et thermique sont pilotés depuis Matlab. Les pertes Joule et fer P_{cu}, P_{fe} calculées par le solveur magnétique complexe sont introduites dans le solveur thermique statique comme des sources de chaleur. Ensuite Opera3D thermique calcule la température moyenne du cuivre T_{cu} qui sert à calculer des résistances primaire et secondaire r_1, r_2. Celles-ci sont rebouclées dans Opera3D magnétique jusqu'à la convergence de la température du cuivre. Le temps de simulation EF en tenant compte du couplage magnéto-thermique et des essais en charge et à vide est donc très long (environ 2 heures).

Les scripts Matlab et les fichiers de commande Opera3D sont disponibles dans [TRA-07b].

4.2.5 Comparaison des modèles

Une configuration donnée de transformateur a été choisie pour comparer les 4 modèles : puissance 192 (VA) ; tension primaire 230 (V) ; tension secondaire 24 (V) ; facteur de puissance 0.8 ; pertes spécifiques de tôles 1 ($\mathrm{W.kg^{-1}}$) pour 1 Tesla ; résistivité du cuivre $1.72.10^{-8}$ (Ω.m) ; coefficient de variation de la résistivité du cuivre $3.8.10^{-3}$ ($\mathrm{C^{-1}}$) ; coefficient du transfert de chaleur par convection 10 ($\mathrm{W.m^{-2}.C^{-1}}$) ; conductivité thermique du matériel isolant 0.15 ($\mathrm{W.m^{-1}.C^{-1}}$). La perméabilité relative des tôles utilisée pour les modèles utilise l'expression suivante [MAR-90] :

$$\mu_r(B) = \frac{1}{\chi + \dfrac{(1-\chi).B^{2.\alpha}}{B^{2.\alpha} + T}} \tag{4.8}$$

où μ_r - perméabilité relative des tôles
$\chi,\ \alpha,\ T$ - constantes positives qui dépendent du milieu considéré

Ainsi, la caractéristique de la courbe hystérésis $B(H)$ peut être déterminée selon :

$$H(B) = \frac{B}{\mu_0.\mu_r(B)} \tag{4.9}$$

où H - Champ magnétique du circuit magnétique
μ_0 - perméabilité du vide, $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ (H/m)

La figure 4.11 donne la courbe B(H) résultante avec :
$\chi = 2.12.10^{-4}$
$\alpha = 7.358$
$T = 1.18.10^{6}$

La configuration du transformateur est :
- la tôle EI et la carcasse : $a = 15$ mm ; $b = 45$ mm ; $c = 30$ mm ; $d = 30$ mm ;
- bobine primaire : $n_1 = 800$ spires ; $S_1 = 0.422$ mm^2 ;
- bobine secondaire : $n_2 = 92$ spires ; $S_2 = 3.661$ mm^2 ;

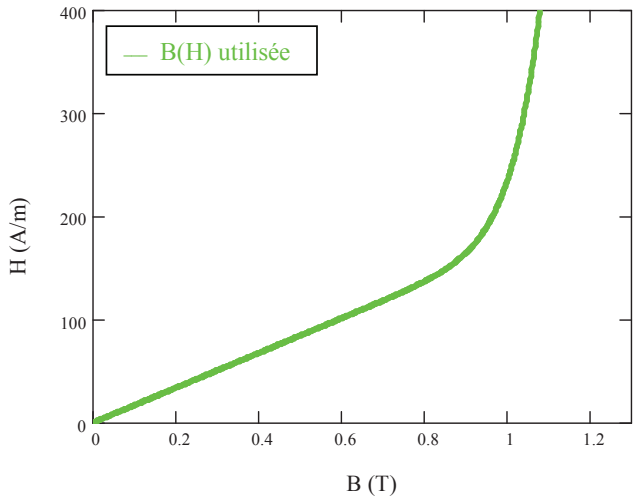

FIG. 4.11 – Courbe $B(H)$ avec les paramètres $\chi = 2.12.10^{-4}$; $\alpha = 7.358$; $T = 1.18.10^{6}$

TAB. 4.1 – Comparison des 4 modèles

Résultats	Nota.	Unité	Modèles analytiques		Modèles EF	
			avec Kapp	sans Kapp	2D	3D
Résistance primaire	r_1	Ω	7.676	7.730	7.210	7.670
Résistance secondaire	r_2	Ω	0.158	0.161	0.150	0.159
Inductance de fuite prim.	l_1	mH	17.04	17.04	4.995	13.594
Inductance de fuite secon.	l_2	mH	0.281	0.282	0.073	0.221
Courant primaire	I_1	A	0.981	0.971	0.995	0.954
Courant magnétisant	I_μ	mA	83.817	64.522	80.117	67.715
Inductance magnétisante	L_μ	H	8.846	11.12	9.336	9.943
Induction maximale	B_m	T	1.438	1.381	1.308	1.284
Pertes fer	P_{fe}	W	3.048	2.812	2.593	3.346
Pertes Joule	P_{cu}	W	16.625	17.555	17.254	16.952
Chute de tension	ΔV_2	V	2.469	2.499	1.849	2.687
Rendement	η	%	88.4	88.1	89.1	87.4
Température du fer	T_{fe}	°C	96.2	98.0	74.2	98.28
Température du cuivre	T_{cu}	°C	107.4	110.0	84.9	128.72
Temps de calcul	t	s	6.10^{-2}	0.5	76	6942.6

Le tableau 4.1 compare les résultats des 4 modèles. Il est montré que les résultats trouvés par le modèle analytique avec l'hypothèse de Kapp sont très proches ceux du modèle analytique sans l'hypothèse de Kapp. Cela justifie l'utilisation de l'hypothèse de Kapp. En plus, le système implicite de 8 équations qui apparaît dans le modèle avec l'hypothèse de Kapp est facile à résoudre et le résultat ne dépend pas des valeurs initiales. Il est donc plus robuste. Les résultats du modèle EF 2D sont mauvais pour les inductances

de fuite, la chute de tension et les températures du circuit magnétique et des bobinages. Dans le modèle EF 2D, les valeurs des inductances de fuite sont trois fois plus petites que celles des autres modèles car les têtes de bobine sont négligées. En outre, le modèle thermique EF 2D ne tient pas en compte de la convection sur les faces non perpendiculaires au plan de coupe.

Le modèle EF 3D est le plus précis, mais il a besoin d'un temps calcul très important. Les résultats du modèle analytique sont assez proches de ceux du modèle EF 3D. Le point faible des modèles analytiques est la thermique (distribution thermique uniforme dans le circuit magnétique et le bobinage). En conclusion, le modèle "simple" analytique avec l'hypothèse de Kapp et le modèle "fin" EF 3D sont retenus pour mener plusieurs optimisations séparément ou conjointement. Ils sont confrontés aux mesures expérimentales dans le paragraphe suivant.

4.3 Validations Expérimentales

Un transformateur industriel [LEU] a été fourni pour la validation et la comparaison des modèles. Ses caractéristiques sont : puissance 96 (VA) ; tension primaire 230 (V) ; tension secondaire 12 (V) ; facteur de puissance 0.88 ; température ambiante 22 (°C) ; pertes spécifiques des tôles 2.3 ($W.kg^{-1}$) pour 1 Tesla. Le coefficient du transfert de chaleur par convection est pris à 10 ($W.m^{-2}.C^{-1}$). La perméabilité des tôles utilisée pour les modèles est comparée avec celle de la mesure expérimentale. La courbe $B(H)$ est ainsi interpolée comme montré en figure 4.12.

La caractéristique expérimentale ferromagnétique $B(H)$ est déterminée points par points lors de l'essai à vide. La méthode de simplexe NMS [LAG-98] est appliquée pour déterminer les 3 coefficients dans la formule (4.8) : $\chi = 1.7895.10^{-4}$; $\alpha = 2.5713$; $T = 1.6668.10^{4}$.

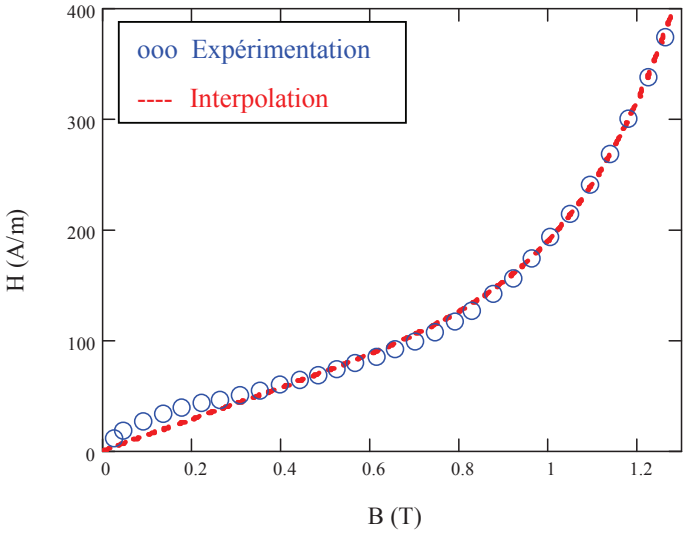

FIG. 4.12 – Courbes $B(H)$ expérimentale et interpolée utilisée dans les modèles

Les variables de conception du transformateur réalisé sont :

- la tôle EI et la carcasse : $a = 14$ mm ; $b = 42$ mm ; $c = 14$ mm ; $d = 40$ mm ;
- bobine primaire : $n_1 = 920$ spires ; $S_1 = 0.09898$ mm^2 ;
- bobine secondaire : $n_2 = 52$ spires ; $S_2 = 1.7672$ mm^2 ;

Pour imposer le facteur de puissance égal à 0.88, deux inductances de 1 (mH) et un rhéostat de 6 (Ω) sont utilisés. Afin d'estimer les pertes, deux wattmètres numériques LEM, côté primaire et côté secondaire, sont utilisés pour mesurer la puissance entrante et sortante du transformateur. La figure 4.13 représente tous les dispositifs et les appareils de mesure. Après 3 heures en charge, les résistances de deux bobines primaire et secondaire sont mesurées, on en déduit la température du bobinage.

Pour déterminer l'induction maximale dans le circuit magnétique, une bobine auxiliaire de 100 spires utilisant un fil très fin est bobinée autour du noyau central. La mesure de la tension aux bornes de cette bobine permet de déduire l'induction maximale dans le circuit magnétique.

FIG. 4.13 – Mesures expérimentales

Les résultats des deux modèles et des mesures expérimentales sont présentés dans le tableau 4.2. Le modèle EF 3D est plus précis mais il a besoin d'un temps de calcul très long à cause du couplage magnéto-thermique. Les résultats du modèle analytique sont assez proches de EF 3D. Les différences de résistance obtenues par les deux modèles sont dues à la différence de température du cuivre. En effet, les températures dans le bobinage et dans le circuit magnétique du transformateur ne sont pas uniformes (voir la simulation EF 3D thermique dans la figure 4.9), ce qui est contraire à l'hypothèse thermique du modèle analytique. Le point faible du modèle analytique est donc l'hypothèse d'une température uniforme dans le cuivre et dans le fer.

TAB. 4.2 – Validation du modèle simple et modèle fin en mesures expérimentales

Résultats	Nota.	Unité	Modèle analy. avec Kapp	Modèle EF 3D	Mesures expérimen.
Résistance primaire	r_1	Ω	35.90	37.15	33.70
Résistance secondaire	r_2	Ω	0.145	0.150	0.162
Inductance total de fuite ramenée au secondaire	L_2	mH	0.068	0.075	0.057
Courant primaire	I_1	A	0.460	0.459	0.479
Courant magnétisant	I_μ	mA	26.46	19.78	35.34
Inductance magnétisante	L_μ	H	29.49	24.64	19.08
Induction maximale	B_m	T	1.005	0.917	0.940
Pertes fer	P_{fe}	W	3.41	2.96	3.21
Pertes Joule	P_{cu}	W	16.64	17.42	18.24
Chute de tension	ΔV_2	V	1.92	2.09	2.07
Rendement	η	%	79.20	79.41	78.28
Température du cuivre	T_{cu}	°C	109.49	123.71	120.38
Temps de calcul	t	s	6.10^{-2}	7200	10800

4.4 Approches pour l'Éco-conception

L'éco-conception consiste à intégrer les aspects environnementaux dès les phases de conception et de développement des produits. Le but de l'éco-conception est de réduire les impacts environnementaux négatifs des produits durant leur cycle de vie, tout en préservant la qualité de fonctionnement du produit ou en l'améliorant. En général, le cycle de vie d'un produit comprend les 4 étapes suivantes (figure 4.14) :

- L'extraction des ressources naturelles et la fabrication du produit,
- La distribution du produit,
- L'utilisation du produit,
- La valorisation finale du produit.

L'éco-conception constitue un axe majeur de prévention ou de réduction à la source des impacts environnementaux. La force de ce domaine est la pluralité de son approche. La vision multi-critères considère toutes les étapes de du cycle de vie du produit (fabrication, distribution, utilisation, valorisation finale) de manière à éviter les déplacements de pollutions inhérents à telle ou telle alternative de conception, car toute la modification des caractéristiques d'un produit a des répercussions sur l'ensemble de son cycle de vie. L'éco-conception permet en outre de rechercher un compromis entre les contraintes techniques